**Ejercicios de examen de Academia Castiñeira para la asignatura de Ampliación de Matemáticas (3º de Ing. Aeroespacial)**

**Problema**: Calcular la solución de la ecuación en diferencias siguiente:

**Solución**: Se trata de una ecuación en diferencias lineal de orden 2, no homogénea, con coeficientes constantes.

i) Solución general de la homogénea:

* Polinomio característico: Raíces: , doble.
* Solución general:

ii) Solución particular de la completa:

* El término forzante es
* Como el coeficiente 8 es un polinomio de grado 0, y la base de la potencia, 2, es distinta de las raíces del polinomio característico, probamos soluciones de la forma:

Donde *Q(n)* es un polinomio de grado cero. Al probar la ecuación, se obtiene

iii) Solución general de la completa:

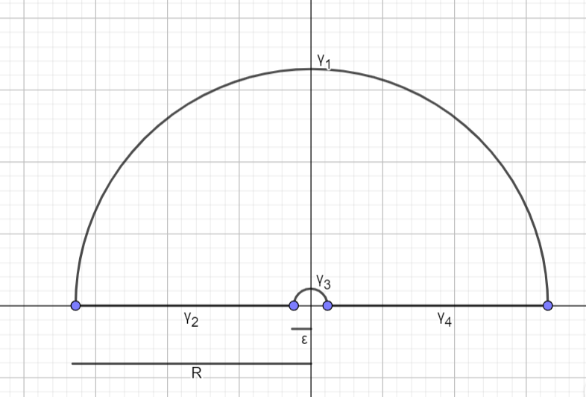
* Es la suma de la solución general de la homogénea más la solución particular. Es decir:

iv) Solución total, usando las condiciones iniciales:

**Problema**: Calcular el Valor Principal de Cauchy de la siguiente integral impropia:

**Solución**: Usando la fórmula de Euler podemos escribir la integral como:

Para calcular la integral anterior, usamos el siguiente recinto en el plano complejo:

Por el teorema de los Residuos, se cumple que

Ahora, tomando límites y se tiene que:

* , porque en la región Im(z) > 0 la función cumple que cuando .

Como en la región sólo hay un polo en , que es un polo simple, cuyo residuo es , concluimos que:

**Problema**: Dado el siguiente problema de Cauchy para t en :

Donde g(t) es sin(t) para t en y 0 si . Calcular la transformada de Laplace de w, .

**Solución**: Aplicamos la transformada de Laplace a la ecuación, obteniendo:

Para calcular la transformada de g(t) la escribimos como , donde H es la función de Heaviside. De manera que, usando las propiedades de la transformada de Laplace:

Juntando ambos resultados y despejando: